摄影测量学

PHOTOGRAMMETRY

PHOTOGRAMMETRY

第五章 影像解析基础

摄影测量学

内容安排

1、单像空间后方交会的概念

2、单像空间后方交会的基本关系式

3、单像空间后方交会误差方程与法方程

4、单像空间后方交会的计算过程

5、单像空间后方交会的布点方案

1、单像空间后方交会的概念

定义：

利用至少3个地面控制点(GCP,Ground Control Point)的坐标及其在像片上的像点坐标，根据共线条件方程确定像片外方位元素的方法。

所采用的数学模型是共线条件方程，它是非线性条件方程，根据平差的要求需要对其进行线性化。

2、单像空间后方交会基本关系式

$$
\begin{cases}
x = -f \dfrac{a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)} + x_0 \\
y = -f \dfrac{a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)}{a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)} + y_0
\end{cases}
$$

线性化的基本思路：

按泰勒级数在零点（初始值）展开，取一次项，将非线性方程转化为各参数改正数的线性方程。

2、单像空间后方交会基本关系式

x,y：像点坐标观测值，相应的改正数为：v_x，v_y

X,Y,Z为物方地面点坐标，已知

X_s，Y_s，Z_s，φ，ω，κ，为未知参数，即待求量

相应的改正数为：ΔX_s，ΔY_s，ΔZ_s，$\Delta\varphi$，$\Delta\omega$，$\Delta\kappa$

X_s^0，Y_s^0，Z_s^0，φ^0，ω^0，κ^0为未知数的初始近似值

(x)，(y)为未知数的近似值代入共线条件方程求出的像点坐标值

3、单像空间后方交会误差方程与法方程

根据间接平差的误差方程形式，按泰勒公式展开后的误差方程为：

$$\left.\begin{aligned}
vx &= (x) - x + \frac{\partial x}{\partial Xs}\Delta Xs + \frac{\partial x}{\partial Ys}\Delta Ys + \frac{\partial x}{\partial Zs}\Delta Zs + \frac{\partial x}{\partial \phi}\Delta \phi + \frac{\partial x}{\partial \omega}\Delta \omega + \frac{\partial x}{\partial \kappa}\Delta \kappa \\
vy &= (y) - y + \frac{\partial y}{\partial Xs}\Delta Xs + \frac{\partial y}{\partial Ys}\Delta Ys + \frac{\partial y}{\partial Zs}\Delta Zs + \frac{\partial y}{\partial \phi}\Delta \phi + \frac{\partial y}{\partial \omega}\Delta \omega + \frac{\partial y}{\partial \kappa}\Delta \kappa
\end{aligned}\right\}$$

3、单像空间后方交会误差方程与法方程

如何求偏导数

为此，引入下列符号：

令：
$$\begin{aligned}\overline{X} &= a_1(X-X_S)+b_1(Y-Y_S)+c_1(Z-Z_S)\\ \overline{Y} &= a_2(X-X_S)+b_2(Y-Y_S)+c_2(Z-Z_S)\\ \overline{Z} &= a_3(X-X_S)+b_3(Y-Y_S)+c_3(Z-Z_S)\end{aligned}$$
为地面点的变换坐标

将共线方程改写为：

$$\begin{cases} x = -f\dfrac{\overline{X}}{\overline{Z}} \\ y = -f\dfrac{\overline{Y}}{\overline{Z}} \end{cases}$$

摄影测量学

3、单像空间后方交会误差方程与法方程

对线元素求偏导数

$$\frac{\partial x}{\partial X_S} = -\frac{f}{\bar{Z}^2}\left(\frac{\partial \bar{X}}{\partial X_S}\bar{Z} - \frac{\partial \bar{Z}}{\partial X_S}\bar{X}\right) = -\frac{f}{\bar{Z}^2}(-a_1\bar{Z} + a_3\bar{X})$$

$$= \frac{1}{\bar{Z}}\left[a_1 f + a_3 x\right]$$

同理可得其它线元素的偏导数

3、单像空间后方交会误差方程与法方程

对角元素求偏导数

$$\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}=R^T\begin{pmatrix}X-X_S\\ Y-Y_S\\ Z-Z_S\end{pmatrix}=R_\kappa^T R_\omega^T R_\varphi^T\begin{pmatrix}X-X_S\\ Y-Y_S\\ Z-Z_S\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}x=-f\dfrac{\overline{X}}{\overline{Z}}\\ y=-f\dfrac{\overline{Y}}{\overline{Z}}\end{cases}$$

关键推求 $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$ 对角元素的偏导数 $\dfrac{\partial x}{\partial\varphi}=-\dfrac{f}{\overline{Z}^2}(\dfrac{\partial\overline{X}}{\partial\varphi}\overline{Z}-\dfrac{\partial\overline{Z}}{\partial\varphi}\overline{X})$

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}=R_\kappa^T R_\omega^T\frac{\partial R_\varphi^T}{\partial\varphi}\begin{pmatrix}X-X_S\\ Y-Y_S\\ Z-Z_S\end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}=R_\kappa^T R_\omega^T\frac{\partial R_\varphi^T}{\partial\varphi}\begin{pmatrix}X-X_S\\ Y-Y_S\\ Z-Z_S\end{pmatrix}=R_\kappa^T R_\omega^T\frac{\partial R_\varphi^T}{\partial\varphi}R\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}$$

$$=R_\kappa^T R_\omega^T(R_\varphi^T R_\varphi)\frac{\partial R_\varphi^T}{\partial\varphi}R\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}=R^T R_\varphi\frac{\partial R_\varphi^T}{\partial\varphi}R\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_2 & c_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0 & -b_3 & b_2\\ b_3 & 0 & -b_1\\ -b_2 & b_1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial\omega}\begin{pmatrix}\overline{X}\\\overline{Y}\\\overline{Z}\end{pmatrix}=R_\kappa^T\frac{\partial R_\omega^T}{\partial\omega}R_\varphi^T\begin{pmatrix}X-X_S\\Y-Y_S\\Z-Z_S\end{pmatrix}$$

$$=R_\kappa^T\frac{\partial R_\omega^T}{\partial\omega}R_\varphi^T(R_\varphi R_\omega R_\kappa)\begin{pmatrix}\overline{X}\\\overline{Y}\\\overline{Z}\end{pmatrix}$$

$$=R_\kappa^T\frac{\partial R_\omega^T}{\partial\omega}R_\omega R_\kappa\begin{pmatrix}\overline{X}\\\overline{Y}\\\overline{Z}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0&0&\sin\kappa\\0&0&\cos\kappa\\-\sin\kappa&-\cos\kappa&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{X}\\\overline{Y}\\\overline{Z}\end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial\kappa}\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}=\frac{\partial R_\kappa^T}{\partial\kappa}R_\omega^T R_\varphi^T\begin{pmatrix}X-X_S\\ Y-Y_S\\ Z-Z_S\end{pmatrix}$$

$$=\frac{\partial R_\kappa^T}{\partial\kappa}(R_\kappa R_\kappa^T)R_\omega^T R_\varphi^T\begin{pmatrix}X-X_S\\ Y-Y_S\\ Z-Z_S\end{pmatrix}=\frac{\partial R_\kappa^T}{\partial\kappa}R_\kappa\begin{pmatrix}\overline{X}\\ \overline{Y}\\ \overline{Z}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}\overline{Y}\\ -\overline{X}\\ 0\end{pmatrix}$$

经过上面的推导，误差方程的系数全部求出来

然后，参考间接平差法列法方程，求解参数的改正数ΔXs，ΔYs，ΔZs，$\Delta \varphi$，$\Delta \omega$，$\Delta \kappa$，计算参数的新的近似值。初始值粗略，所以要进行迭代计算，直到改正数小于某一限差。一般是三个角元素的改正数均小于0. 1秒。

法方程：$A^T PA\Delta - A^T PL = 0$

答解改正数：$\Delta = \left(A^T PA\right)^{-1} A^T PL$

$Xs= Xs0+ \Delta Xs1+$

$Ys= Ys0+ \Delta Ys1 +$

$Zs= Zs0+ \Delta Zs1+$

$\varphi= \varphi0+ \Delta \varphi1 +$

$\Omega=\omega0+ \Delta\omega1 +$

$K=\kappa_0+ \Delta\kappa1+$

4、空间后方交会的计算过程

获取已知数据

量测控制点的像点坐标

确定未知数的初始值

计算旋转矩阵

计算像点坐标的近似值

组误差方程

组法方程

解外方位元素的改正数（求新近似值）

检查结果是否收敛，直到改正数小于限差，否则重复计算，直到满足要求

- 像点坐标 (x,y)
- 内方位元素 $(x_0,y_0,-f)$
- 控制点在地面坐标系中的坐标 (X,Y,Z)

- 角元素一般为：$\varphi^0=\omega^0=\kappa^0=0$
- 摄站坐标为：

$$X_S^0=\frac{[X]}{n},\ Y_S^0=\frac{[Y]}{n},\ Z_S^0=H+f\times h$$

- 计算旋转矩阵：R
- 计算地面点的变换坐标：$\bar{X},\bar{Y},\bar{Z}$
- 计算 $(x),(y)$ ：
- 计算误差方程系数：c_{ij}
- 组误差方程：$V=AX-L$

- 计算：A^TPA
- 计算：A^TPL
- 答解法方程：$A^TPAX=APL$
- 计算外方位元素的改正数：

$$dX_S,dY_S,dZ_S,d\varphi,d\omega,d\kappa$$

- 外方位元素改正值：

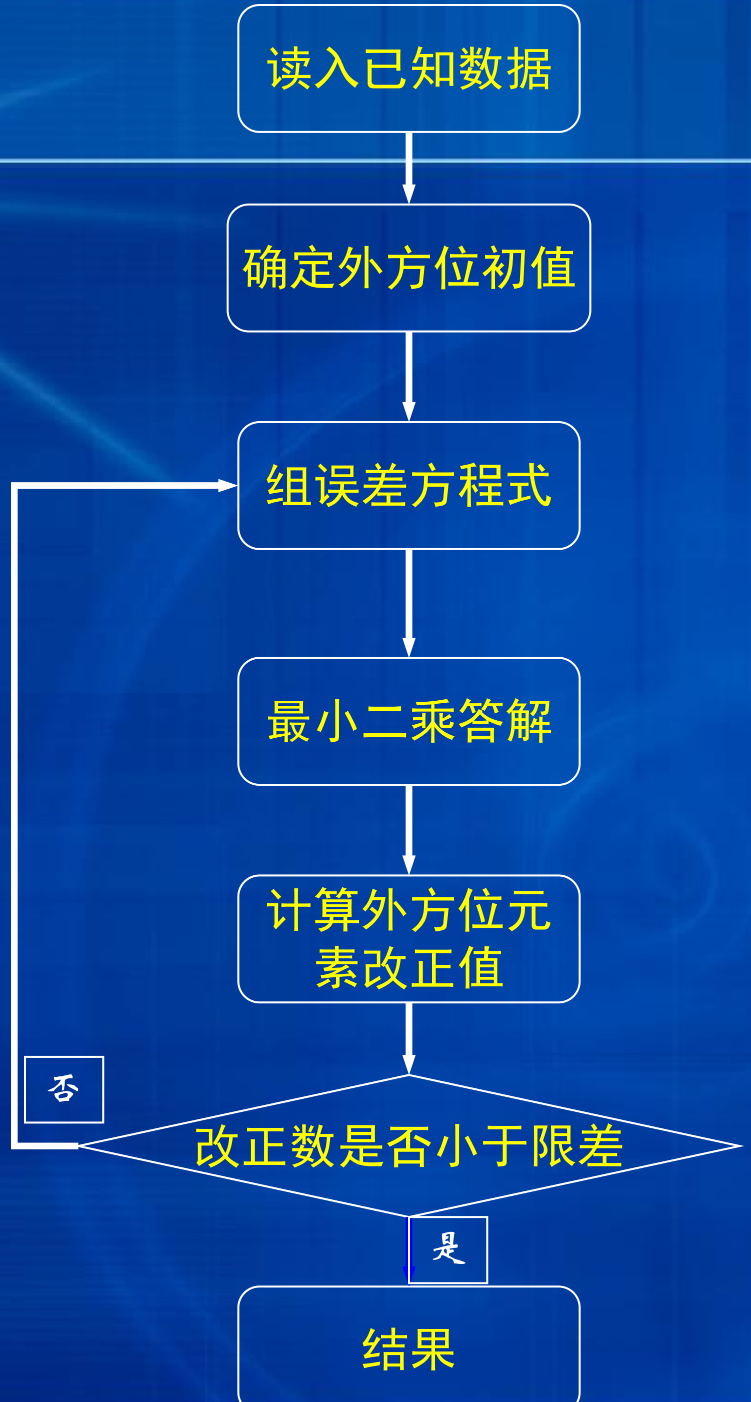
$$X_S^{k+1}=X_S^k+dX_S^{k+1}\qquad \varphi^{k+1}=\varphi^k+d\varphi^{k+1}$$

$$Y_S^{k+1}=Y_S^k+dY_S^{k+1}\qquad \omega^{k+1}=\omega^k+d\omega^{k+1}$$

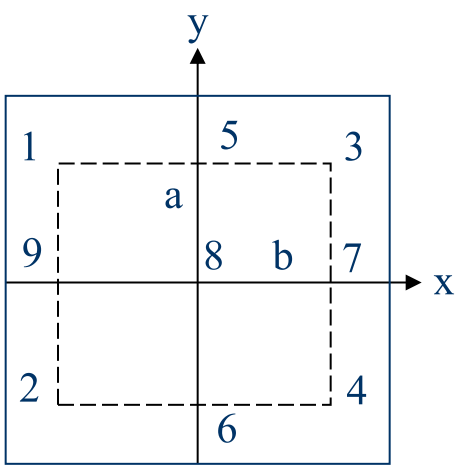
$$Z_S^{k+1}=Z_S^k+dZ_S^{k+1}\qquad \kappa^{k+1}=\kappa^k+d\kappa^{k+1}$$

PHOTOGRAMMETRY

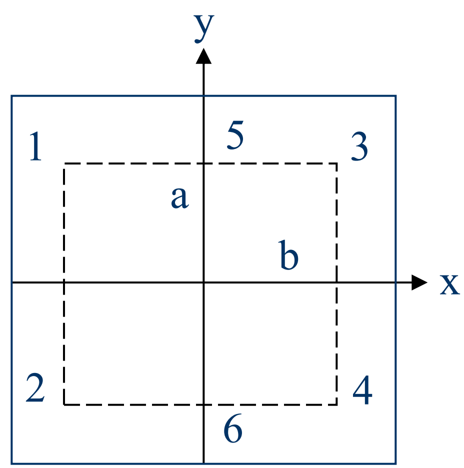
摄影测量学



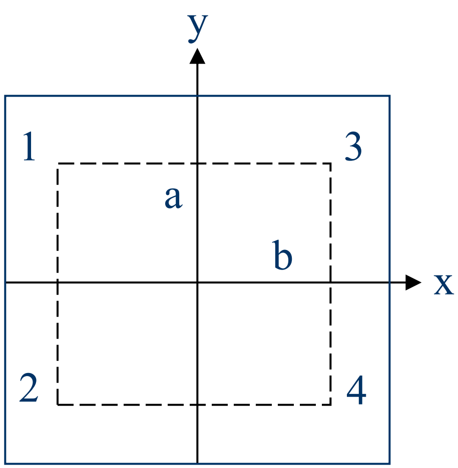
5、空间后方交会的布点方案



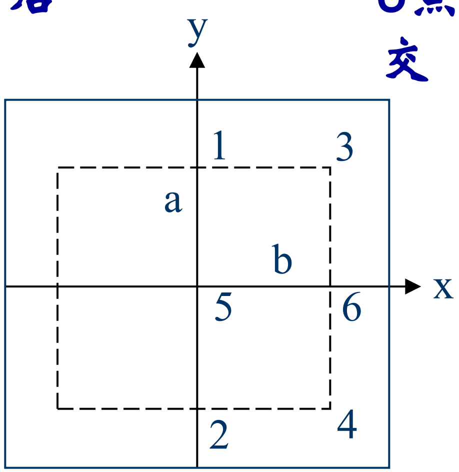
9点全片后交



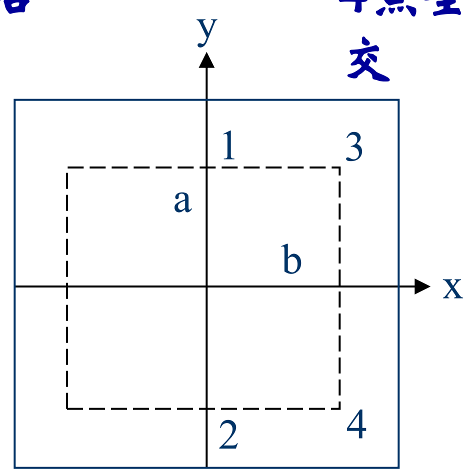
6点全片后交



4点全片后交



6点半片后交



4点半片后交

第五章 影像解析基础

- 不论是全片后交还是半片后交，增加控制点的数目，可以提高空间后方交会的精度，但精度提高的幅度不是很大。
- 控制点的分布比控制点的数量对于确保后交的精度更为重要。